Numerische Mathematik

Herausgegeben von
F. L. Bauer, München
A. S. Householder, Oak Ridge
K. Samelson, München
E. Stiefel, Zürich
J. Todd, Pasadena
J. H. Wilkinson, Teddington

Unter Mitwirkung von
L. Collatz, Hamburg
G. G. Dahlquist, Stockholm
M. Fiedler, Praha
G. E. Forsythe, Stanford
N. Gastinel, Grenoble
A. Ghizzetti, Roma
W. Givens, Argonne
G. H. Golub, Stanford
H. P. Künzi, Zürich
J. Kuntzmann, Grenoble
N. J. Lehmann, Dresden
R. D. Richtmyer, Boulder
H. Rutishauser, Zürich
R. Sauer, München
S. Sobolev, Novosibirsk
H. J. Stetter, Wien
R. S. Varga, Cleveland
A. van Wijngaarden, Amsterdam

Band 13 · 1969

Springer-Verlag · Berlin · Heidelberg · New York

Alle Rechte, einschließlich das der Übersetzung in fremde Sprachen und das der fotomechanischen Wiedergabe oder einer sonstigen Vervielfältigung, vorbehalten. Jedoch wird gewerblichen Unternehmen für den innerbetrieblichen Gebrauch nach Maßgabe des zwischen dem Börsenverein des Deutschen Buchhandels e. V. und dem Bundesverband der Deutschen Industrie abgeschlossenen Rahmenabkommens die Anfertigung einer fotomechanischen Vervielfältigung gestattet. Wenn für diese Zeitschrift kein Pauschalabkommen mit dem Verlag vereinbart worden ist, ist eine Wertmarke im Betrage von DM 0.30 pro Seite zu verwenden. *Der Verlag läßt diese Beträge den Autorenverbänden zufließen*

Springer-Verlag / Berlin · Heidelberg · New York
Printed in Germany — Copyright © by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1969
Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg

Inhalt des 13. Bandes

ADE, H.: Iterationsverfahren höherer Ordnung in Banach-Räumen 39

ANDERSSEN, R. S.: The Numerical Solution of Parabolic Differential Equations Using Variational Methods 129

ANSORGE, R.: Konvergenz von Differenzenverfahren für quasilineare Anfangswertaufgaben 217

BAREISS, E. H.: Numerical Solution of Linear Equations with Toeplitz and Vector Toeplitz Matrices 404

BAUER, F. L.: Remarks on Optimally Scaled Matrices 1

BETTIS, D. G., s. STIEFEL, E. 154

BOHL, E.: Über Fehlerabschätzungen bei nichtlinearen Operatorgleichungen . . 226

BRAESS, D., s. WERNER, H. 112

BRAMBLE, J. H.: On the Convergence of Difference Approximations to Weak Solutions of Dirichlet's Problem 101

BULIRSCH, R.: An Extension of the Bartky-Transformation to Incomplete Elliptic Integrals of the Third Kind 266

— Handbook Series Special Functions. Numerical Calculation of Elliptic Integrals and Elliptic Functions. III 305

CIARLET, P. G., M. H. SCHULTZ, and R. S. VARGA: Numerical Methods of High-Order Accuracy for Nonlinear Boundary Value Problems. V. Monotone Operator Theory 51

DAVIS, J., and J. J. JACOBY: Numerical Integration of Linear Integral Equations with Mild Discontinuity 357

DIRSCHMID, H.: Bemerkungen zu einer Arbeit von G. Polya zur Bestimmung der Nullstellen ganzer Funktionen 344

EHRESMANN, D.: Zur Abschätzung des Bestapproximationsfehlers bei der Approximation differenzierbarer Funktionen durch Polynome 94

ELSNER, L.: Bemerkung zu einer Arbeit von MARSHALL und OLKIN 245

HADELER, K. P.: Einige Anwendungen mehrparametriger Eigenwertaufgaben . 285

HADJIDIMOS, A.: On Some High Accuracy Difference Schemes for Solving Elliptic Equations 396

HOUSEHOLDER, A. S., and G. W. STEWART: Comments on "Some Iterations for Factoring a Polynomial" 470

JACOBY, J. J., s. DAVIS, J. 357

JOHNSON, L. W.: Uniform Approximation of Vector-Valued Functions 238

LANCASTER, P., s. PATTABHIRAMAN, M. V. 247

MAREK, I.: On the Row Sum Criterion and the Convergence of Some Iterative Processes 207

NATTERER, F.: Einschließungen für die großen Eigenwerte gewöhnlicher Differentialgleichungen zweiter und vierter Ordnung 78

— Numerische Behandlung singulärer Sturm-Liouville-Probleme 434

Nichols, N. K., and L. Fox: Generalized Consistent Ordering and the Optimum Successive Over-Relaxation Factor 425
Nitsche, J.: Verfahren von Ritz und Spline-Interpolation bei Sturm-Liouville-Randwertproblemen 260
— Interpolation in Sobolevschen Funktionenräumen 334

Osborn, J. E.: A Note on a Perturbation Theorem for the Matrix Eigenvalue Problem 152
Osborne, M. R., and G. A. Watson: On Estimating Best Approximations of Functions Defined by Differential Equations 199

Parlett, B. N., and C. Reinsch: Handbook Series Linear Algebra. Balancing a Matrix for Calculation of Eigenvalues and Eigenvectors 293
Pattabhiraman, M. V., and P. Lancaster: Spectral Properties of a Polynomial Operator 247
Perrin, F. M., H. S. Price, and R. S. Varga: On Higher-Order Numerical Methods for Nonlinear Two-Point Boundary Value Problems 180
Price, H. S., s. Perrin, F. M., et al. 180

Rainey, J. W.: On Comparatively Stable Tridiagonalization Methods 316
Razelos, P.: On the Accuracy of the Analog Solution of Heat Conduction Problems Involving Newtonian Cooling 323
Reinsch, C., s. Parlett, B. N. 293
Rutishauser, H.: Computational Aspects of F. L. Bauer's Simultaneous Iteration Method 4

Schultz, M. H., s. Ciarlet, P. G., et al. 51
Soukup, J.: A Method for Finding the Roots of a Polynomial 349
Squier, D. P.: One-step Methods for Ordinary Differential Equations 176
Sreedharan, V. P.: Solutions of Overdetermined Linear Equations which Minimize Error in an Abstract Norm 146
Stewart, G. W.: Accelerating the Orthogonal Iteration for the Eigenvectors of a Hermitian Matrix 362
— Some Iterations for Factoring a Polynomial 458
Stiefel, E., and D. G. Bettis: Stabilization of Cowell's Method 154
Strassen, V.: Gaussian Elimination is not Optimal 354
Symm, G. T.: Conformal Mapping of Doubly-Connected Domains 448

Taylor, P. J.: A Generalisation of Systematic Relaxation Methods for Consistently Ordered Matrices 377

Varga, R. S., s. Ciarlet, P. G., et al. 51
— s. Perrin, F. M., et al. 180
Verner, J. H.: The Order of Some Implicit Runge-Kutta Methods 14

Watson, G. A., s. Osborne, M. R. 199
Werner, H., und D. Braess: Über den Zusammenhang von Interpolation und diskreter T-Approximation mit rationalen Funktionen 112
Werner, J.: Einschließungssätze bei nichtlinearen gewöhnlichen Randwertaufgaben und erzwungenen Schwingungen 24

Indexed in Current Contents

Hinweise für die Autoren

Die Autoren werden freundlichst gebeten, bei der Abfassung ihrer Manuskripte folgende Punkte zu beachten:

Dem Text ist ein englisches *Summary* voranzustellen, das für Kleindruck zu kennzeichnen ist.

Die verwendeten Symbole müssen so klar bezeichnet sein, daß auch beim Laien kein Zweifel über Stellung und Deutung auftreten kann. *Alle Formeln sind möglichst mit der Maschine zu schreiben*, wobei darauf zu achten ist, daß Indizes und Exponenten trotz des fehlenden Größenunterschiedes genau als solche zu erkennen sind. Anderenfalls müssen sie in geringerer Größe mit der Hand eingetragen werden. Besondere Lettern (griechische, gotische, Script) sind durch farbige Unterstreichung zu kennzeichnen. Zur Vermeidung von Verwechslungen wird empfohlen, *griechische Buchstaben rot, gotische Buchstaben blau und Scriptbuchstaben grün* zu unterstreichen. Es wird gebeten, auch gotische und Scriptbuchstaben mit der Maschine als lateinische Buchstaben zu schreiben und allein durch die farbige Unterstreichung zu kennzeichnen. Sofern dennoch handgeschriebene Buchstaben vorkommen, unterscheide man (auch bei lateinischen Buchstaben) große und kleine Buchstaben; *große Buchstaben sollten zweimal, kleine einmal unterstrichen werden*. Dies ist besonders wichtig bei c, C; k, K; o, O; p, P; s, S; u, U; v, V; w, W; x, X; z, Z. Besonders sorgfältig beachte man die Schreibweise bei handschriftlichen Buchstaben, wenn gleichzeitig e und l oder u und n oder n und r oder o und 0 als mathematische Bezeichnungen auftreten. Auch gleichzeitig auftretende v und ν sowie $\in$ und ε geben zu Verwechslungen Anlaß.

Sämtliche Buchstaben in Formeln, Einzelbuchstaben im Text sowie unterstrichene Textstellen werden automatisch kursiv gesetzt. Daher müssen z. B. in Formeln auftretende Abkürzungen, die in Antiqua (d. h. der üblichen Textschrift) gesetzt werden sollen, besonders gekennzeichnet werden (möglichst durch gelbe Unterstreichung). Fettzusetzende Buchstaben sind durch braune Unterstreichung zu kennzeichnen. Man vermeide in Formeln und bei mathematischen Symbolen das Unterstreichen mit Tinte oder Schreibmaschine; dies würde zwangsläufig als zum mathematischen Sinn gehörig interpretiert und daher mitgesetzt werden. Besondere Schwierigkeiten entstehen dadurch, daß Schreibmaschinen im allgemeinen keine Unterschiede zwischen 0 (Null) und O (Buchstabe) sowie häufig auch zwischen 1 (Eins) und l (Buchstabe) kennen. Hier sind unterscheidende Kennzeichnungen unbedingt erforderlich. Die arabische Ziffer 1 schreibe man deutlich als 1 und nicht einfach als senkrechten Strich. Das ist besonders verhängnisvoll, wenn die 1 als oberer Index auftritt. In englischsprachigen Manuskripten schließe man, wenn der kleine lateinische Buchstabe a als mathematische Bezeichnung vorkommt, die Verwechslung mit dem unbestimmten Artikel aus.

Durch derartige Mißverständnisse sind vielfach große Korrekturkosten entstanden. In den Korrektur-Abzügen sollen nur Satzfehler verbessert, jedoch keine inhaltlichen oder stilistischen Änderungen vorgenommen werden. Nachträgliche (vom Manuskript abweichende) Korrekturen müssen den Autoren in Rechnung gestellt werden.

Sämtliche zu einer Arbeit gehörende (sowohl photographische als auch Kurven und schematische) **Figuren** sind durchzunumerieren. Sie werden getrennt vom Text auf gesonderten Blättern erbeten.

Als *Vorlagen* werden Original-Kurven oder saubere, in klarem Schwarz und in einheitlicher Linienstärke angelegte Tuschzeichnungen erbeten. Die *Beschriftung* sämtlicher Figuren mit Buchstaben/Worten/Ziffern *erfolgt durch den Verlag*. Die Hinweise hierfür dürfen deshalb nicht in die Figur selbst eingezeichnet werden, sondern werden auf einem über die Vorlage geklebten transparenten Deckblatt erbeten. Wünsche des Autors hinsichtlich des linearen Verkleinerungs- oder Vergrößerungs-Maßstabes sollten auf der Rückseite der Vorlage mit weichem Blei vermerkt werden. Hierbei, insbesondere bei Bildgruppen, ist der zur Verfügung stehende Satzspiegel (122 × 194 mm) zu berücksichtigen.

Literatur-Zitate sind als geschlossenes, numeriertes Verzeichnis am Ende der Arbeit nach den Verfassernamen *alphabetisch* anzuordnen. Bei Zeitschriften-Zitaten sind folgende Angaben unerläßlich: Initialen und Namen sämtlicher Autoren, vollständiger Titel der Arbeit, Zeitschriftentitel, Band-, Seiten- und Jahreszahl. Bücher werden mit Autorennamen, vollem Titel, Auflage, Ort, Verlag und Jahr zitiert.

Fußnoten, die nicht zum Beitragskopf gehören, sind durchzunumerieren.

Der **Kolumnentitel** (Seitenüberschrift) darf 76 Buchstaben einschließlich Wortzwischenräumen nicht überschreiten. Bei umfangreicheren Beitragstiteln wird der Autor gebeten, eine entsprechende Kurzfassung auf der ersten Manuskriptseite anzugeben.

Jedem Manuskript sind auf gesondertem Blatt „Anweisungen für den Satz" beizugeben, auf dem die benutzten Kennzeichnungen sowie verwendete besondere Symbole erklärt werden.

Bei Einsendung eines Manuskriptes ist die **Adresse des Autors** genau anzugeben. *Wechselt* der Autor bis zum Erscheinen seiner Arbeit seine *Anschrift*, so bitten wir in seinem eigenen Interesse dringend *um sofortige Benachrichtigung*.

Directions for Authors

Authors are asked to kindly observe the following points in the preparation of their manuscripts for publication:

All papers should be preceded by a short *summary* in English which should be marked for small print.

Formulae should be written so that no uncertainty can arise as to the meaning and position of signs and characters, even if the reader is not an expert. *Formulae should be type written* and special care taken that indices and exponents can be recognized as such even if they show no difference in size. Otherwise they are to be written in a smaller size by hand. Special type (Greek, Gothic, Script) must be indicated by underlining in colour. In order to avoid confusions the underlining of *Greek characters in red, Gothic in blue and Script in green* is recommended. It is advisable to type Roman characters also for Gothic and Script and to distinguish them simply by underlining in colour. If, however, hand-written characters have been used, small and capital letters should be clearly distinguished *by underlining capital letters twice and small letters once*. This also applies to Roman characters written by hand such as *c, C*; *k, K*; *o, O*; *p, P*; *s, S*; *u, U*; *v, V*; *w, W*; *x, X*; *z, Z*. Special care should be taken to show the difference between *e* and *l* or *u* and *n* or *n* and *r* or *o* and 0, wherever they appear simultaneously as mathematical symbols written by hand. The characters *v* and *ν* as well as $\in$ and ε are also liable to cause confusion when they appear together.

All letters contained in formulae, as well as single letters in the text are automatically composed in italics and therefore require no underlining. On the other hand abbreviations in Roman type (the type normally used for the text) that appear in formulae, must be specially marked (by underlining in yellow, if possible). Bold type should be specially marked by underlining in brown. Underlining of formulae and mathematical signs in ink or by means of a typewriter should be avoided as this would inevitably lead to inclusion of the underlining in the composition as part of the mathematical symbol. The fact that typewriters usually show no difference between the figure 0 (zero) and the letter O, nor, frequently, between 1 (one) and the letter l, leads to considerable confusion. Here it is absolutely essential that each letter and each numeral be individually distinguished. The numeral 1 should be written clearly as such (i.e. with a preceding hook) and not merely as a downward stroke. The latter is particularly disastrous where 1 appears as superscript. In manuscripts written in English, in which the small (Roman) letter *a* is employed as a mathematical symbol, care must be taken to avoid any confusion with the indefinite article.

Such misunderstandings have frequently led to a considerable increase in the cost of proof. Corrections in the proofs should be restricted to typographical errors; changes as to grammatical and stylistic deficiences are to be avoided. Expenses accruing from such additional corrections will be charged to the authors.

All **figures** including graphs are to be numbered consecutively and should be submitted on separate sheets.

Line drawings and *graphs* should be drawn with indian ink in clean, uniform lines on smooth white paper or Bristol board. The *labelling* of all figures with letters, words, numerals *is done by the publisher*. Therefore lettering must not be placed on the figure but instead on a cover sheet of transparent paper. The author may indicate by means of a soft pencil on the reverse side of the illustrations instructions regarding the desired linear reduction or magnification. It must be emphasized that the maximum area available for the reproduction of a figure (or an array) is 122 × 194 mm.

The reference list, to be placed at the end of the paper, should be *in alphabetical order* of the names of the first author. For journal articles the following information should be provided: names and initials of all authors, complete title of paper, name of Journal, number of volume, first and last pages, and year of publication. Books are to be cited by listing the author (s), full title, edition, place of publication, publisher, and year.

Footnotes which do not belong to the heading of the paper should be numbered consecutively.

The running head (condensed title) should not exceed 76 letters including spaces. If the title of the paper is very long the author is requested to kindly state an adequate condensation of it on the first page of the manuscript.

Each manuscript should be accompanied by a separate sheet bearing "Instructions for the compositor" which explains the meaning of marks and other symbols used.

The address of the author must be clearly indicated. If the author *changes his address* before his paper is published he is requested to notify us *immediately*.

HERAUSGEBER

F. L. BAUER
Leibniz-Rechenzentrum
der Bayerischen Akademie der
Wissenschaften
8000 München 2
Richard-Wagner-Straße 18

L. COLLATZ
Institut für Angewandte Mechanik
der Universität
2000 Hamburg 13
Rothenbaumchaussee 67/69

G. G. DAHLQUIST
Royal Institute of Technology
Stockholm

M. FIEDLER
Československá Akademie Véd
Matematický Ústav
Žitná ulice 25
Praha 1

G. E. FORSYTHE
Computer Science Department
Stanford University
Stanford, California 94305

N. GASTINEL
Faculté des Sciences
de l'Université de Grenoble
Boite Postale 7
F-38 Saint-Martin-d'Hères (Isère)

A. GHIZZETTI
Istituto Nazionale
per le Applicazioni del Calcolo
Piazzale delle Scienze, 7
Roma

W. GIVENS
Applied Mathematics Division
Argonne National Laboratory
Argonne, Illinois 60440

G. H. GOLUB
Stanford University
Computer Science Department
Stanford, California 94305

A. S. HOUSEHOLDER
Oak Ridge National Laboratory
Post Office Box X
Oak Ridge, Tennessee 37831

H. P. KÜNZI
Rechenzentrum der Universität
Zürich
Rämistraße 71

J. KUNTZMANN
Section Mathématiques Appliquées
de l'Institut Polytechnique
44—46, Avenue Félix-Viallet
Grenoble

N. J. LEHMANN
Institut für Maschinelle Rechentechnik
Dresden A 27
Zellescher Weg 12—14

R. D. RICHTMYER
Department of Physics
University of Colorado
Boulder, Colorado 80304

H. RUTISHAUSER
CH-8706 Meilen/Zürich
Krummacker 3

K. SAMELSON
Mathematisches Institut
der Technischen Hochschule
8000 München 2
Arcisstraße 21

R. SAUER
8000 München 23
Leopoldstraße 104

S. SOBOLEV
Institute of Mathematics
Novosibirsk 90

H. J. STETTER
Institut für Numerische Mathematik
Technische Hochschule
Karlsplatz 13
A-1040 Wien

E. STIEFEL
Institut für Angewandte Mathematik
Eidgenössische Technische Hochschule
8044 Zürich 6
Schmelzbergstr. 28

J. TODD
California Institute of Technology
Pasadena, California 91109

R. S. VARGA
7065 Arcadia Drive
Cleveland, Ohio 44129

A. VAN WIJNGAARDEN
Mathematisches Centrum
2e Boerhaavestraat 49
Amsterdam-o

J. H. WILKINSON
National Physical Laboratory
Teddington, Middlesex

Numerische Mathematik

Band 13 · (Schluß-)Heft 5 · 1969

Inhalt

Taylor, P. J.: A Generalisation of Systematic Relaxation Methods for Consistently Ordered Matrices 377

Hadjidimos, A.: On Some High Accuracy Difference Schemes for Solving Elliptic Equations 396

Bareiss, E. H.: Numerical Solution of Linear Equations with Toeplitz and Vector Toeplitz Matrices 404

Nichols, N. K., and L. Fox: Generalized Consistent Ordering and the Optimum Successive Over-Relaxation Factor 425

Natterer, F.: Numerische Behandlung singulärer Sturm-Liouville-Probleme 434

Symm, G. T.: Conformal Mapping of Doubly-Connected Domains 448

Stewart, G. W.: Some Iterations for Factoring a Polynomial 458

Householder, A., and G. W. Stewart: Comments on "Some Iterations for Factoring a Polynomial" 470

Indexed in Current Contents

Verantwortlich für den Anzeigenteil: Edgar Seidler, 1 Berlin 33, Heidelberger Platz 3
Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York
Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG, Würzburg
Printed in Germany – Copyright © by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1969